ANÁLISIS SIMPLIFICADO DE LOS ENSAYOS DE FLEXIÓN EN UN PUNTO

J. A. Loya, J. Fernández-Sáez y C. Navarro

Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Universidad Carlos III de Madrid. Avda. de la Universidad 30, 28911 Leganés, Madrid

Resumen. Para la determinación de la tenacidad de fractura dinámica de iniciación, K_{Id}, a alta velocidad de deformación, se pueden usar los ensayos de flexión dinámica en un punto, realizados en dispositivos experimentales basados en modificaciones de la barra Hopkinson. Para evaluar el factor de intensidad de tensiones, $K_I(t)$, en este tipo de ensayos, se han venido usando procedimientos simplificados basados en el análisis del comportamiento de una viga de Timoshenko fisurada sometida a una carga puntual conocida que se aplica en su sección central. La desventaja de este procedimiento es que, normalmente, la fuerza ejercida sobre la probeta no es fácil de medir con precisión en los ensayos anteriormente citados. En este trabajo se propone un método simplificado para calcular $K_I(t)$ basado en análisis del comportamiento de una viga de Timoshenko fisurada, conocido el desplazamiento del punto donde se aplica la carga, variable ésta que se puede medir con mayor fiabilidad que la fuerza aplicada. Los resultados se comparan con los obtenidos mediante simulación numérica por Elementos Finitos, encontrándose una buena concordancia entre ambas soluciones.

Abstract. One Point Bending tests based on modified Hopkinson Pressure Bar devices are a possibility to determine dynamic initiation fracture toughness, K_{Id}, at high strain rates. Simplified calculations of the stress intensity factor $K_I(t)$ have been proposed considering the specimen as a Timoshenko cracked beam subjected to a concentrated load at the midsection. However, this load is difficult to measure accurately in this kind of test. This paper deals with a simple method to calculate $K_I(t)$ based in Timoshenko cracked beam from the knowledge of the loading point displacement, which can be obtained in a way much more precise. This method is demonstrated by comparing with Finite Elements results.

1. INTRODUCCIÓN

Los ensayos de flexión dinámica en un punto son una alternativa a los de flexión dinámica en tres puntos para la determinación de la tenacidad de fractura dinámica de iniciación, K_{Id}. Este tipo de ensayos han sido utilizados por Giovanola [1, 2] y consisten en impactar con una masa móvil una probeta fisurada como en el caso de un ensayo de flexión en tres puntos, pero con la importante diferencia de que la probeta ahora no está apoyada, y por lo tanto, las tensiones y deformaciones que se producen en ella están motivadas, exclusivamente, por las fuerzas de inercia. Si, como consecuencia del estado de cargas generado, se alcanzan las condiciones críticas en el extremo de la fisura, ésta se propagará. La masa que impacta la probeta puede ser el martillo de un péndulo Charpy, el percutor de una torre de caída de peso o bien una masa lanzada mediante dispositivos neumáticos. Cuando se desean medir las propiedades de fractura del material a alta velocidad de deformación se puede realizar el ensayo de flexión en un punto utilizando dispositivos basados en modificaciones de la barra Hopkinson [3, 4]. Estos sistemas consisten en una barra de una cierta longitud y diámetro (barra incidente), que se pone en contacto con la sección central de una probeta fisurada idéntica a la que se utilizaría si se tratara de un ensayo de flexión en tres puntos. La barra es impactada por otra barra del mismo diámetro y menor longitud (proyectil), generándose un pulso de compresión que viaja por la barra y, al llegar a la probeta, parte se transmite a ésta y parte se refleja viajando por la barra incidente como pulso de tracción. Tanto la deformación debida al pulso incidente de compresión, $\varepsilon_i(t)$, como la generada por el reflejado de tracción, $\varepsilon_r(t)$, se miden mediante un sistema de bandas extensométricas colocadas sobre la barra incidente. A partir de dichas medidas se puede calcular la fuerza ejercida sobre la probeta, $F(t)$, así como el desplazamiento del extremo de la barra inicialmente en contacto con ella, $u_p(t)$, mediante:

$$F(t) = A_b E_b(\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t)) \tag{1}$$

$$u_p(t) = c_0 \int_0^t (\varepsilon_i(\tau) - \varepsilon_r(\tau))d\tau \tag{2}$$

donde A_b y E_b representan el área de la sección circular de la barra y el módulo de elasticidad de la misma, respectivamente, y c_0 es la velocidad de propagación de ondas longitudinales a través del material de la barra.

Para determinar el valor de K_{Id} es necesario, por una parte, calcular la variación temporal del factor de intensidad de tensiones, $K_I(t)$, durante el ensayo y, por otra, detectar el instante en el que comienza la propagación de la fisura.

Para obtener $K_I(t)$ en los ensayos de flexión en un punto se puede recurrir al método de los Elementos Finitos [3, 5, 6]. La simulación numérica de este tipo de ensayos es más simple, dado que son más fáciles de imponer las condiciones de contorno, al no existir sistema de apoyo.

También, se han utilizado métodos simplificados basados en el análisis del comportamiento de una viga fisurada sometida a una carga puntual conocida que se aplica en su sección central. Se puede utilizar para ello las herramientas derivadas del análisis modal, que requieren el conocimiento de frecuencias y modos propios de vibración de la probeta fisurada. Una vez calculados las frecuencias y modos propios de la viga en flexión, aplicando el método de superposición modal, se puede obtener el desplazamiento del punto de aplicación de carga, así como el momento flector transmitido por la sección fisurada. El factor de intensidad de tensiones se calcula haciendo la hipótesis de que es proporcional, bien al momento flector transmitido a través de la sección fisurada, bien a la diferencia entre el desplazamiento del punto de carga y el desplazamiento del punto que hubiera estado apoyado en el caso de un ensayo de flexión en tres puntos. Las constantes de proporcionalidad usadas son las correspondientes al caso de flexión en tres puntos en condiciones estáticas. Este tipo de análisis fue realizado por Kishimoto y otros [7], suponiendo que la probeta se puede considerar una viga de Euler-Bernouilli. Sin embargo, las dimensiones de las probetas de ensayo, cuya relación luz-canto es 4, hace necesario considerar tanto los efectos de los esfuerzos cortantes, como los efectos inerciales debidos a la rotación de las secciones, por lo que se debe considerar la probeta como viga de Timoshenko fisurada [8].

La desventaja de este método, como han puesto de manifiesto diferentes autores [6, 4], es que la fuerza no es fácil de medir con precisión en una barra Hopkinson, al menos cuando se miden las deformaciones en una única sección de la barra incidente.

En este trabajo se propone un método simplificado para calcular $K_I(t)$ basado en análisis del comportamiento de una viga de Timoshenko fisurada, conocido el desplazamiento del punto donde se aplica la carga, variable ésta que se puede medir con mayor fiabilidad que la fuerza aplicada.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y SU SOLUCIÓN

Se considera un viga de Timoshenko de longitud L, canto W y espesor B, que contiene una fisura pasante en su sección central de longitud a. La viga no tiene ninguna condición de apoyo y está sometida a una carga dinámica, $F(t)$, que se aplica concentrada, sobre su sección central (ver Fig. 1).

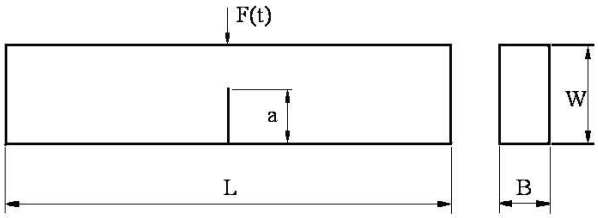


Fig. 1. Geometría de la probeta de ensayo.

Considerando la viga como un sólido unidimensional y aplicando el método clásico de superposición modal, la evolución temporal de los desplazamientos verticales de las secciones, $y(\xi, t)$, y de sus giros, $\Psi(\xi, t)$, se pueden expresar mediante:

$$y(\xi, t) = \sum_{i=1}^{i=\infty} Y_i(\xi) q_i(t) + Y_T(\xi) q_T(t) \tag{3}$$

$$\Psi(\xi, t) = \sum_{i=1}^{i=\infty} \varphi_i(\xi) q_i(t) \tag{4}$$

donde ξ es la variable (adimensionalizada con la longitud L) que representa la posición de cualquier punto de la directriz de la viga, $Y_i(\xi)$ y $\varphi_i(\xi)$ son los modos propios de vibración asociados a desplazamientos y giros, respectivamente, e $Y_T(\xi)$ es el modo asociado al movimiento de traslación de la probeta como sólido rígido, el cual se puede tomar, sin pérdida de generalidad, igual a la unidad. Las funciones $q_i(t)$ y $q_T(t)$ son las coordenadas normales asociadas a los modos de vibración y al modo de traslación, respectivamente, y se deben obtener como solución de las

siguientes ecuaciones diferenciales de segundo orden:

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \frac{F(t) Y_i(\frac{1}{2})}{m_i} \tag{5}$$

$$\ddot{q}_T = \frac{F(t)}{m_p} \tag{6}$$

ω_i son las frecuencias propias de vibración de la probeta, m_p es la masa total de ésta y m_i son las masas asociadas a cada modo de vibración que vienen dadas por:

$$m_i = 2\rho AL \int_0^{\frac{1}{2}} \left(Y_i^2(\xi) + \frac{I}{A} \varphi_i^2(\xi) \right) d\xi \tag{7}$$

donde ρ, A e I son, respectivamente, la densidad, el área de la sección transversal de la viga y el momento de inercia de dicha sección. Las expresiones para las frecuencias, ω_i, y modos propios de vibración, $Y_i(\xi)$ y $\varphi_i(\xi)$, para una viga de Timoshenko con fisura en la sección central y sin apoyos se pueden encontrar en [8].

Partiendo de condiciones iniciales nulas, es decir: $q_1(0) = q_T(0) = 0$ y $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_T(0) = 0$, la soluciones de la ecuación (5), para el primer modo de vibración ($i = 1$), y (6) para el modo de traslación, se obtienen como:

$$q_1(t) = \frac{Y_1\left(\frac{1}{2}\right)}{m_1 \omega_1} \int_0^t F(\tau) \sin \omega_1 (t - \tau) d\tau \tag{8}$$

$$q_T(t) = \int_0^t \left(\int_0^\eta \frac{F(\tau)}{m_p} d\tau \right) d\eta \tag{9}$$

Conocida la función $q_1(t)$, el factor de intensidad de tensiones, $K_I(t)$, se puede escribir como [8]:

$$K_I(t) = \frac{E W^{\frac{3}{2}}}{12 L^2} f\left(\frac{a}{W}\right) \left(Y_1\left(\frac{1}{2}\right) - Y_1(0) \right) q_1(t) \tag{10}$$

donde la función $f(a/W)$ para una probeta con $\frac{L}{W} = 4$ tiene la expresión [8]:

$$f(\frac{a}{W}) = 23,34 + 176,3\frac{a}{W} - 470(\frac{a}{W})^2 + 341(\frac{a}{W})^3 \tag{11}$$

Si se conoce el desplazamiento del punto de aplicación de la carga, $u_p(t)$, y teniendo en cuenta que:

$$u_p = y\left(\frac{1}{2}, t\right) = Y_1\left(\frac{1}{2}\right) q_1(t) + q_T(t) \tag{12}$$

se puede combinar la ecuación anterior con la (5) (con $i = 1$) y con la (6) para obtener:

$$\left(1 + \frac{m_p}{m_1} Y_1^2\left(\frac{1}{2}\right)\right) \ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 = \frac{m_p}{m_1} Y_1\left(\frac{1}{2}\right) \ddot{u}_p \tag{13}$$

La ecuación (13) se puede reescribir, a su vez, como:

$$\ddot{q}_1 + \omega_d^2 q_1 = k \ddot{u}_p \tag{14}$$

con:

$$\omega_d = \frac{\omega_1}{\sqrt{1 + \frac{m_p}{m_1} Y_1^2(\frac{1}{2})}} \tag{15}$$

y

$$k = \frac{\frac{m_p}{m_1} Y_1(\frac{1}{2})}{1 + \frac{m_p}{m_1} Y_1^2(\frac{1}{2})} \tag{16}$$

La solución de la ecuación (14) es:

$$q_1(t) = \frac{k}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}_p(\tau) \sin \omega_d (t - \tau) d\tau \tag{17}$$

La anterior expresión relaciona la variable normal $q_1(t)$ con la segunda derivada temporal del desplazamiento del punto de carga $\ddot{u}_p(t)$. Sin embargo, es más conveniente relacionar directamente la citada variable con el desplazamiento, $u_p(t)$. Haciendo uso de las condiciones iniciales, e integrando por partes dos veces, se tiene finalmente:

$$q_1(t) = k u_p(t) - k \omega_d \int_0^t u_p(\tau) \sin \omega_d (t - \tau) d\tau \tag{18}$$

Como se puede observar, la variable $q_1(t)$ se expresa ahora en función del desplazamiento del punto de carga. Sustituyendo $q_1(t)$, obtenida como solución de la anterior ecuación, en la ecuación (10) se determina $K_I(t)$.

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Para comprobar la validez de los métodos simplificados para la determinación de $K_I(t)$, se han comparado los resultados obtenidos aplicando el método propuesto, con los obtenidos numéricamente por el método de los Elementos Finitos mediante el programa comercial ABAQUS [9]. Se ha realizado una simulación bidimensional de una probeta de aluminio con las dimensiones $L = 80$ mm, $W = 20$ mm, $B = 10$ mm y $a = 10$ mm, de módulo de elasticidad $E = 72$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$ y densidad $\rho = 2800$ kg/m^3. Dadas las condiciones de simetría del problema se ha modelizado media probeta con 1180 elementos de 4 nodos en deformación plana y con integración reducida, refinando la malla en la zona del extremo de la fisura. La malla de la probeta utilizada, así como un detalle de la zona del extremo de la fisura se pueden observar en las Fig. 2 y 3, respectivamente.

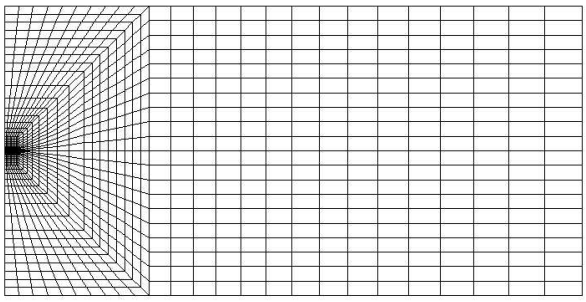


Fig. 2. Malla de la probeta.

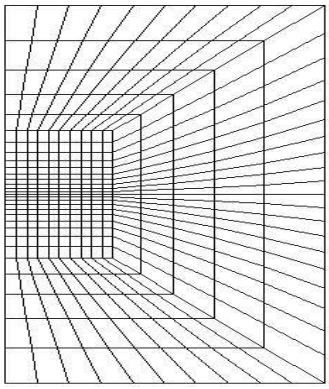


Fig. 3. Detalle de la malla en el extremo de la fisura.

Se han analizado tres casos diferentes con las cargas impuestas, $F(t)$, que se observan en la Fig. 4. Para su representación, la carga y el tiempo se han adimensionalizado con la carga máxima (P_{max}= 10 kN) y el periodo de oscilación de la probeta correspondiente a la frecuencia fundamental ($T = 120\ \mu s$), respectivamente. Como puede observarse, en los tres casos se ha simulado una forma de onda similar, manteniendo la carga máxima alcanzada y variando, únicamente la duración de la misma.

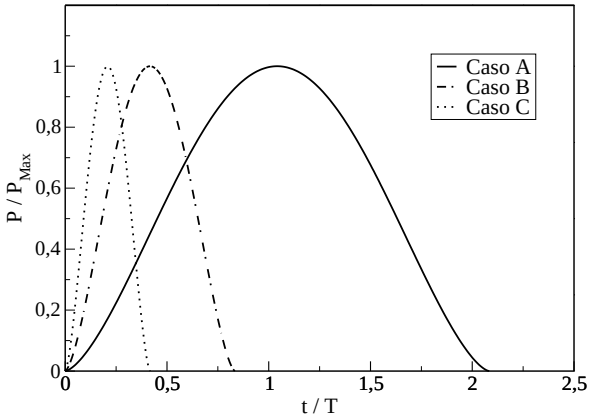


Fig. 4. Casos de carga analizados.

Para integrar las ecuaciones del movimiento, se ha utilizado el método de Hilber-Hughes-Taylor, implementado en ABAQUS [9], el cuál es un método implícito, incondicionalmente estable en el caso de sistemas lineales. En todos los casos analizados se ha utilizado un incremento temporal de $1\mu s$. $K_I(t)$ se ha obtenido a partir de la integral J dinámica, J', propuesta por Nishioka y Atluri [10](ver también [11]). Para una fisura estacionaria que se deforma en modo I como es este caso, $K_I(t)$ puede escribirse como [10, 11]:

$$K_I(t) = \sqrt{\frac{EJ_1'(t)}{1-\nu^2}} \tag{19}$$

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las Fig. 5 a 7 se comparara $K_I(t)$, obtenido mediante la simulación numérica, con las obtenidas por los métodos simplificados, para los tres casos de carga analizados. En esas figuras, el tiempo se ha adimensionalizado como se indicó anteriormente, mientras que la adimensionalización del factor de intensidad de tensiones se ha hecho con un valor de referencia $K_0 = \frac{P_{max}\sqrt{a}}{BW}$.

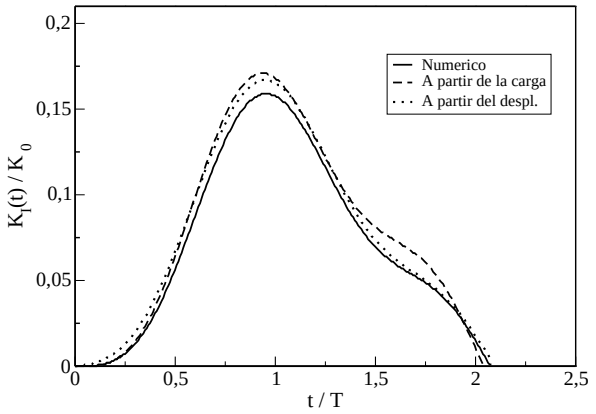


Fig. 5. Evolución temporal del factor de intensidad de tensiones. Caso A.

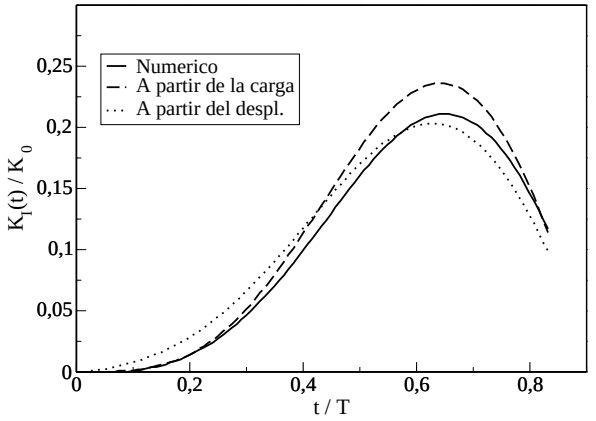


Fig. 6. Evolución temporal del factor de intensidad de tensiones. Caso B.

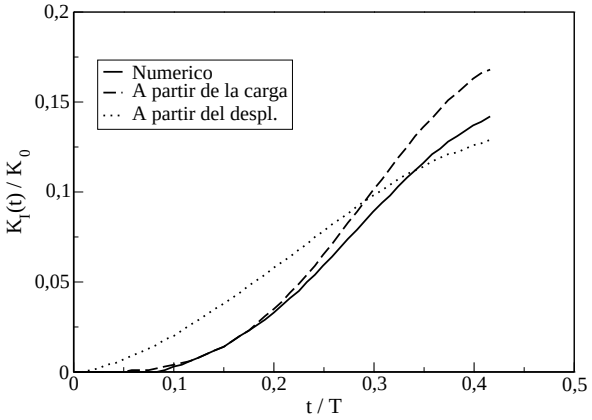


Fig. 7. Evolución temporal del factor de intensidad de tensiones. Caso C.

Las tendencias observadas en los resultados se pueden resumir de la siguiente forma:

a) Para cargas aplicadas cuya duración es del orden de dos veces el periodo de oscilación de la probeta fisurada (Caso A), los resultados obtenidos a partir de los métodos simplificados son muy similares y concuerdan bien con los obtenidos por el método de los Elementos Finitos.

b) Cuando las cargas aplicadas tienen una duración del orden del periodo de oscilación de la probeta fisurada (caso B), existe mayor diferencia entre los resultados simplificados por los dos diferentes métodos analizados y, entre éstos y los resultados numéricos. En los primeros instantes del proceso de carga, la solución obtenida a partir de la carga aplicada coincide, prácticamente, con la numérica, mientras que cuando el tiempo (adimensionalizado) supera el valor de $t/T = 0,5$, es la solución obtenida a partir del desplazamiento del punto de carga la que mejor se aproxima a la numérica.

c) A medida que va disminuyendo el tiempo de duración del pulso, las soluciones basadas en los métodos aproximados difieren más de la numérica bidimensional (Caso C). Una posible explicación para este hecho es que es necesario incluir en el análisis frecuencias y modos propios de orden superior, que no se han considerado en este análisis.

5. CONCLUSIONES

Cuando se desea medir las propiedades de fractura del material a alta velocidad de deformación se pueden realizar ensayos de flexión en un punto utilizando dispositivos basados en modificaciones de la barra Hopkinson. Para evaluar $K_I(t)$ se pueden usar técnicas numéricas, como el Método de los Elementos Finitos, y procedimientos simplificados basados en el análisis del comportamiento de una viga de Timoshenko fisurada sometida a una carga puntual conocida que se aplica en su sección central. La desventaja de este procedimiento es que, normalmente, la fuerza ejercida sobre la probeta no es fácil de medir con precisión en los ensayos anteriormente citados. En este trabajo se propone un método simplificado para calcular $K_I(t)$ basado en análisis del comportamiento de una viga de Timoshenko fisurada, conocido el desplazamiento del punto donde se aplica la carga, variable ésta que se puede medir con mayor fiabilidad que la fuerza aplicada.

Los resultados obtenidos con este método simplificado concuerdan con los obtenidos numéricamente mediante simulaciones bidimensionales por el método de los Elementos Finitos, cuando las cargas aplicadas tienen duraciones del orden de dos veces el periodo de oscilación de la probeta fisurada, y difieren a medida que la duración del pulso de carga se va haciendo menor. Esto puede ser debido a la influencia de modos propios de vibración de orden superior, que no han sido considerados en este estudio.

REFERENCIAS

[1] Giovanola, J.H., The one-point-bend impact test, ASM. Metals Handbook Mechanical Testing, Vol. 8. American Society for Metals (1985) 271–276.

[2] Giovanola, J.H., Investigation and application of the one-point-bend impact test, American Society of Testing and Materials. ASTM STP 905 (1986) 307–328.

[3] Wada, H., Seika, M., Calder, C.A. y Kennedy, T.C., Measurement of impact fracture toughness for PMMA with single point bending test using an air gun, Engineering Fracture Mechanics Vol. 46 (4) (1993) 715–719.

[4] Weisbrod, G. y Rittel, D., A method for dynamic fracture toughness determination using short beams, International Journal of Fracture 104 (2000) 89–103.

[5] Rubio, L., Fernández-Sáez, J. y Navarro, C., Factor de intensidad de tensiones dinámico en probetas de flexión en tres puntos y de flexión en un punto sometidas a pulsos de carga de corta duración, Anales de Mecánica de la Fractura 15 (1998) 97–101.

[6] Rubio, L., Determinación de parámetros de fractura dinámica a alta velocidad de deformación, Tesis Doctoral, Universidad Carlos III de Madrid, 1999.

[7] Kishimoto, K., Fujino, Y., Aoki, S. y Sakata, M., A simple formula for the dynamic stress intensity factor of an impacted freely-supported bend specimen, JSME International Journal 33 (1990) 51–56.

[8] Marur, P.R., Dynamic analyis of one-point bend impact test, Engenieering Fracture Mechanics 67 (2000) 41–53.

[9] ABAQUS User's Manual Version 5.8, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc, 1997.

[10] Nishioka, T. y Atluri, S.N., Path independent integrals, energy release rates, and general solutions of near-tip fields in mixed-mode dynamic fracture mechanics, Engineering Fracture Mechanics 18 (1983) 1–22.

[11] Nishioka, T., On the dynamic J Integral in dynamic fracture mechanics, in: G. P. Cherepanov (Ed.), FRACTURE: A Topical Encyclopedia of Current Knowledge Dedicated to Alan Arnold Griffith, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, USA, 1998, pp. 575–617.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología por la financiación recibida a través del proyecto PB98-0027.